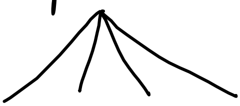
Álgebra 2 — 11/8/18 L1

Método Matemático

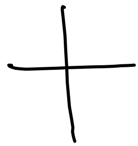
1. Um exemplo particular
2. Estudo & análise mais profunda deste exemplo
3. A axiomatização
4. Formulação de uma teoria
5. Determinação dos "blocos" fundamentais da teoria

⋮

Aplicação



$\mathbb{R}$, $V = \{ f : I : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R} \}$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$



Espaço Vetorial $T : V \longmapsto W$

IM(T) é também um objeto do mm tipo que V & W

λ autovalor de T $T : V \longmapsto V$ $V_\lambda = \{ v \in V \mid Tv = \lambda v \}$

$V = V_{\lambda_1} + \dots \oplus V_{\lambda_k} + V'$ Aplicações

Eq. Dif Teo. Código EC

- G um conjunto ñ vazio (Tabuada)
- Uma operação binária

$$*: G \times G \longmapsto G$$
$$(g_1, g_2) \longmapsto g_1 * g_2$$

1. Associatividade $(g_1 * g_2) * g_3 = g_1 * (g_2 * g_3)$ $\forall g_1, g_2, g_3 \in G$
2. Existência de um elemento neutro $e \in G$
$e * g = g * e = g \quad \forall g \in G$
3. $\forall g \in G$ existe $\hat{g} \in G$ tal que $\hat{g} * g = e$
(inversa)

DEFINIÇÃO DE GRUPO

(Ex.: $\hat{g} * g = g * \hat{g} = e$

Exemplos

A. Vide aula de 5ª passada

B. $(\mathbb{Z}, +)$

	7
	7
	14
	21

"Um conjunto S é um monóide se satisfizer 1 & 2"

$g_1, g_2 \in \mathbb{Z}, \; g_1 * g_2, \; e = ?$

$g = g * e = g + e \quad \boxed{e = 0}$

$0 = \hat{g} * g = \hat{g} + g \quad \boxed{\hat{g} = -g}$

C. $(\mathbb{Q}^*, \cdot) = (\mathbb{Q} - \{0\}, \cdot) \quad e = ?$

$g = g * e = g \cdot e \Rightarrow \boxed{e = 1}$

$1 = \hat{g} * g = \hat{g} \cdot g \Rightarrow \boxed{\hat{g} = \frac{1}{g}}$

Posso alterar o elemento neutro?

$(G, *)$ um grupo & fixa $c \in G$

Defina uma nova operação em G

$g \# h := \cancel{g * h} \quad g * c * h$

1. $(G, \#)$ é um grupo
2. Quem é o elemento neutro neste caso
3. Dado $g \in G$

$g \xrightarrow{\text{inv.}} \hat{g} \in (G, *)$

$g \xrightarrow{\text{inv.}} \hat{\hat{g}} \in (G, \#)$

Qual a relação entre $\hat{g}$ e $\hat{\hat{g}}$?

1º) $\# : G \times G \longmapsto G$? Sim, como a antiga

2º) Ass

$(g_1 \# g_2) \# g_3 = (g_1 * c * g_2) \# g_3$ ④

$= g_1 * c * g_2 * c * g_3$

$= g_1 * c * (g_2 * c * g_3)$

$= g_1 * c * (g_2 \# g_3) = g_1 \# (g_2 \# g_3)$

3.º Chame o elemento neutro de $(G, \#)$ de f. Quem é f?

$g = g \# f = g * c * f$

(1) $\boxed{g = g * c * f}$ multiplico ambos

os lados de (1) por $\hat{g}$

$\hat{g} * g = \hat{g} * g * c * f$

$e = e * c * f$

$\boxed{e = c * f}$ $\boxed{f = \hat{c}}$

$g \# f = g * c * f$

$= g * c * \hat{c} = g * e = g$

4º) A inversa de $g \in (G, \#)$

$\hat{\hat{g}}$ satisfaz $g \# \hat{\hat{g}} = f$ $(g * c) * \hat{\hat{g}} = \hat{c}$

$g * c * \hat{\hat{g}} = \hat{c}$ $\boxed{\hat{\hat{g}} = \hat{c} * \hat{g} * \hat{c}}$

$\widehat{(ab)} = \hat{b}\,\hat{a} \longrightarrow$ mx into 5

$$g \# \hat{\hat{g}} = g * c * \hat{\hat{g}} = g * \underbrace{c * \hat{c}}_{e} * \hat{g} * \hat{c}$$

$$= g * e * \hat{g} * \hat{c} = g * \hat{g} * \hat{c} = e * \hat{c} = \hat{c} = F$$

$$\boxed{g \# \hat{\hat{g}} = F}$$