Álgebra 2 7/8/18 L7

P1	P2	P3	SUB	Fech.
15-20	25-30	FINAL	até 5/12	

Grupos

X um conjunto
(subconjunto de $\mathbb{R}^n$)

Uma $\varphi : X \longmapsto X$ é um movimento rígido se
1. φ é uma bijeção
2. $x, y \in X$
$$\mathrm{dist}(\varphi(x), \varphi(y)) = \mathrm{dist}(x, y)$$

Quais os movimentos rígidos de I?
ⓐ $I = \mathbb{R}$, $\forall x_0 \in \mathbb{R}$ fixado
$\varphi(x) := x + x_0$ é mov. rig.

① Exercício
Mostrar que os mov. rígidos de $\mathbb{R}$ são todos da forma anterior

ⓐ $\longrightarrow$ $\mathrm{dist}(\varphi(x), \varphi(y)) = |\varphi(x) - \varphi(y)| =$
$= |x + x_0 \cancel{)} - (y + x_0| = |x - y| = \mathrm{dist}(x, y)$

Sug.: φ mov. ríg. de $\mathbb{R}$ | 8

i) suponha $\varphi(0)=0$, mostre que $\varphi(x)=x$

ii) se $\varphi(0)\neq 0$ ~~defin~~ defina $\psi(x)=\varphi(x)-\varphi(0)$ & mostre que ψ é mov. ríg.

$x=1$ & $y=2$ φ mov. rígido

$\text{dist}(\varphi(x),\varphi(y)) = \text{dist}(x,y) = 1$

daí $\varphi(1)=1$ & $\varphi(2)=2$

ou

$\varphi(2)=1$ & $\varphi(1)=2$

φ é a reflexão no ponto $3/2$

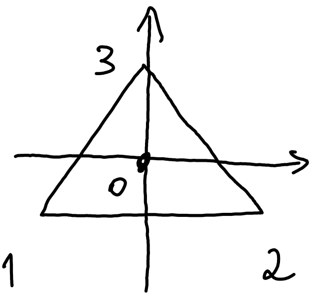
② Escreva a fórmula de φ

Chame este φ de φ_2 e a identidade de φ_1

$\circ$	φ_1	φ_2
φ_1	φ_1	φ_2
φ_2	φ_2	φ_1

Da tabuada: $\varphi_1^2 = \varphi_1\circ\varphi_1 = \varphi_1$

$\varphi_2^2 = \varphi_2\circ\varphi_2 = \varphi_1$ (inversa multiplicativa de φ_2 é φ_2)



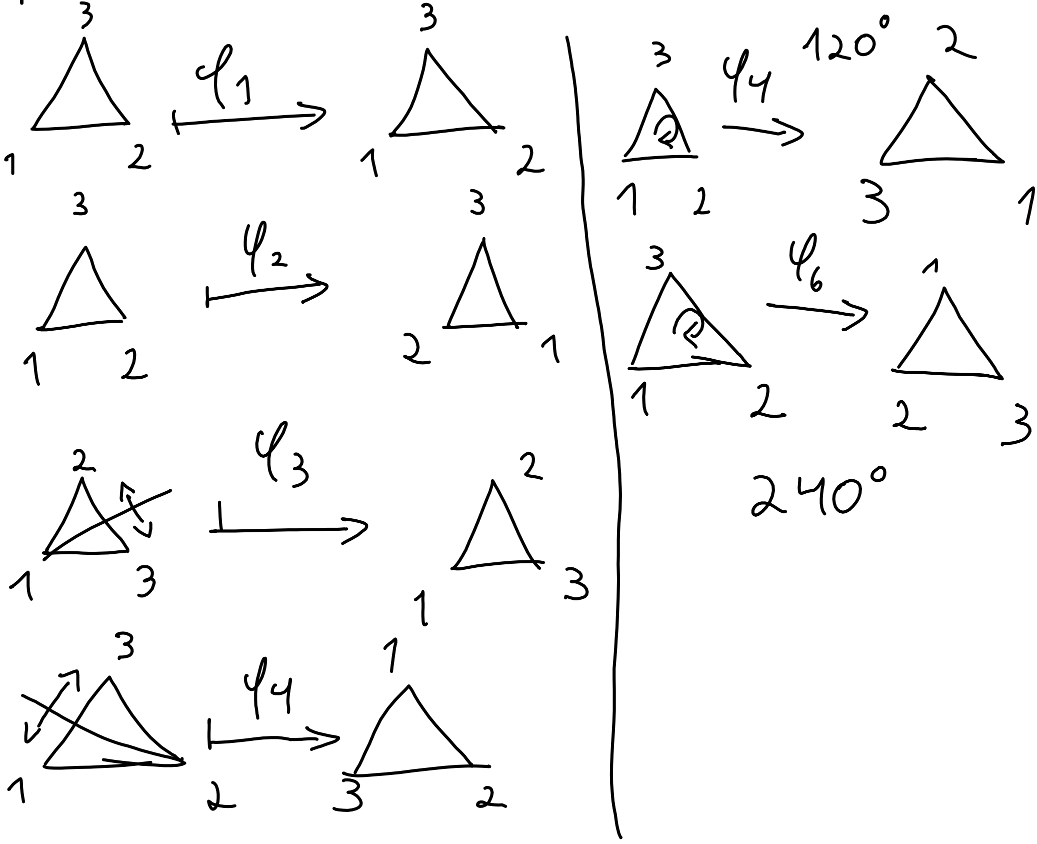
triângulo equilátero

X = o triângulo

queremos $\varphi : X \longmapsto$ mov. rígido

$\mathrm{dist}(\varphi(1), \varphi(2)) = \mathrm{dist}(1, 2)$ Daí

$\boxed{\varphi \text{ deve * preservar vértices}}$ $\longrightarrow$ conclusão φ permuta os vértices.



$$\{1,2,3\} \xmapsto{\ \varphi\ } \{1,2,3\}$$

10

escreva todos as permutações

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \varphi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \varphi_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\varphi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \cancel{3} & \cancel{2} & \cancel{1} \end{pmatrix} \qquad \varphi_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$1 \quad 3 \quad 2$

⊖ Achar os elementos que satisfazem i) $\varphi^2 = \varphi \circ \varphi = \varphi_1$

ii) $\varphi^3 = \varphi \circ \varphi \circ \varphi = \varphi_1$

iii) $\varphi_2 \varphi_5 \varphi_2 = ?$

iv) Mostre que todo φ é produto de potências de φ_2 & φ_4 ou seja

$\cdot$	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
φ_1	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
φ_2	φ_2	φ_1	φ_6	φ_5	φ_4	φ_3
φ_3	φ_3	φ_5	φ_1			
φ_4	φ_4			φ_1		
φ_5	φ_5				φ_6	
φ_6	φ_6					

$$\left\{ \varphi_2^{\,i} \circ \varphi_5^{\,j} \;\middle|\; \begin{array}{l} 0 \le i \le 1 \\ 0 \le j \le 2 \end{array} \right\}$$ é o conjunto de todos os φ

=

$$\boxed{\varphi_5^2 = \varphi_6}$$

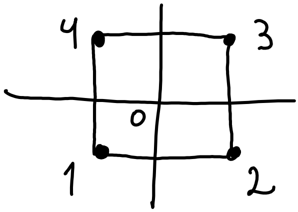
/11

φ_1 $\qquad$ φ_1 $\qquad$ $\varphi_i^0 = \varphi_1$

$= \{\varphi_2^0\varphi_5^0,\ \varphi_2^0\varphi_5^1,\ \varphi_2^0\varphi_5^2,\ \varphi_2^1\varphi_5^0,$

$\varphi_2^1\varphi_5^1,\ \varphi^1\varphi_5^2\} = \{\varphi_1, \varphi_5, \varphi_5^2, \varphi_2, \varphi_2\varphi_5,$

$\varphi_2\varphi_3^2\}$



Quem são os mov. rig.?

Se $\varphi(1) = 4$, então $\varphi(3) = ?$

$\text{dist}(1,3) = 2\sqrt{2}$

$= \text{dist}(\varphi(1), \varphi(3)) = \text{dist}(4, \varphi(3))$

$\text{dist}(4, \varphi(3)) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \varphi(3) = 2$

$\varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (ref x)

$\varphi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & \cancel{3}4 & 3 \end{pmatrix}$ ref y $\quad \varphi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ref

$\varphi_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ref / $\quad \varphi_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $\circlearrowleft 90°$

$\varphi_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\circlearrowleft 180°$ $\quad \varphi_8 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\circlearrowleft 270°$

i) fazer a tabuada

ii) Achar os φ t.q

a) $\varphi^2 = \varphi_1$

b) $\varphi^3 = \varphi_1$

c) $\varphi^4 = \varphi_1$

iii) $\varphi_2 \varphi_6 \varphi_2 = ?$

$$\left\{ \varphi_2^{\,i} \varphi_6^{\,j} \;\middle|\; \begin{array}{l} 0 \leq i \leq 1 \\ 0 \leq j \leq 3 \end{array} \right\} = \text{conjunto de todos os } \varphi$$

$\boxed{\text{Geradores}}$

$\{\varphi_2, \varphi_6\}$ é dito um conjunto de geradores

Tabuada

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longmapsto \mathbb{N} \qquad \text{(operação binária)}$$
$$(x, y) \longmapsto x \cdot y$$

O DNA DA AULA

① Segunda-feira: três tabelas feitas

② O DNA da aula de hoje.