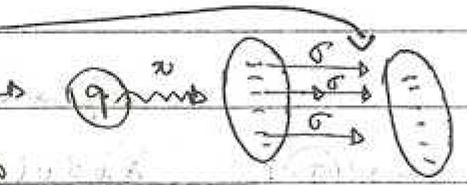
16 / 9 / 8

no máx nº de estados ao quadrado

$\lambda\text{-fecho}\,(\delta(\hat{\delta}(q,x),\sigma)) \Rightarrow$



nº máx nº de estados ao quadrado

Teorema 6: Para cada afnd A, existe um afd tal que $L(A) = L(B)$.

Prova: (construção dos subconjuntos - Rabin e Scott - 1959)

Seja $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, s_A, F_A)$ um afnd. Considere um af $B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, s_B, F_B)$, onde

$Q_B = 2^{Q_A}$

$s_B = \lambda\text{-fecho}(s_A)$ todo s_A + onde se consegue chegar c/ λ

$F_B = \{K \in Q_B : K \cap F_A \neq \emptyset\}$ $\forall K \in Q_B$, $\forall$

$\forall K \in Q_B, \forall \sigma \in \Sigma, \delta_B(K,\sigma) = \lambda\text{-fecho}(\underbrace{\delta_A(K,\sigma)}_{\text{única aresta } \sigma})$

$K, \sigma \longrightarrow A$

subcjto de estados de A
é estado do B

Observação: Por construção, δ_B é uma função de $Q_B \times \Sigma \to Q_B$. Logo, B é determinístico

$\hat{\delta}_B(K,\lambda) = K$

$\hat{\delta}_B(K, x\sigma) = \delta(\hat{\delta}(K,x),\sigma)$.

Vamos estender δ_B para $\hat{\delta}_B : Q_B \times \Sigma^* \to Q_B$ de forma usual e utilizar δ_B também para $\hat{\delta}_B$.

Propriedade: $\forall x \in \Sigma^*, \forall q \in Q_A$, $\hat{\delta}_A(q,x) = \delta_B(\lambda\text{-fecho}(q), x)$

Prova por indução em $|x|$

Vamos provar que $L(B) = L(A)$.

Seja $x \in \Sigma^*$ → determinístico ∴ é 1 único estado

$x \in L(B)$ se e somente se $\delta_B(s_B, x) \in F_B$

se e somente se $\delta_B(s_B,x) \cap F_A \neq \emptyset$ → ñ deter. ⇒ é um cjto

se e somente se $\delta_B(\lambda\text{-fecho}(s_A), x) \cap F_A \neq \emptyset$

se e somente se $\hat{\delta}_A(s_A, x) \cap F_A \neq \emptyset$

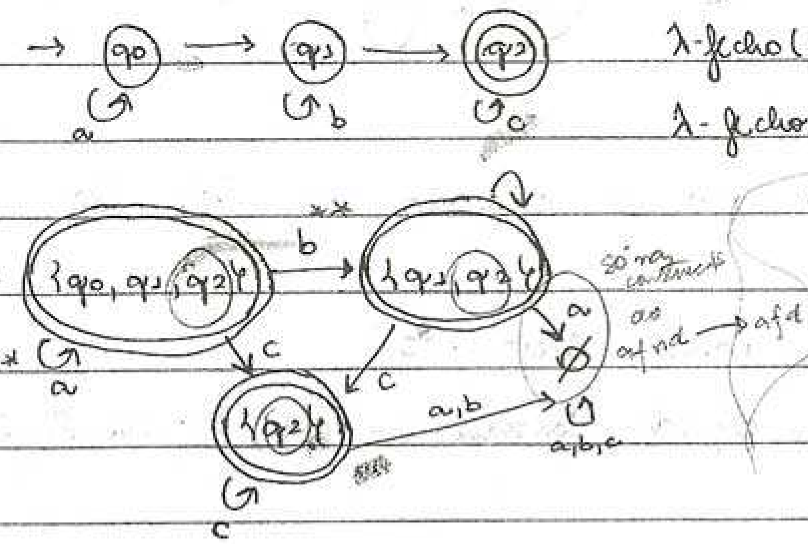
se e somente se $x \in L(A)$

Corolário 7: $NRec(\Sigma) = Rec(\Sigma)$

Exemplo:

(afnd) A: 3 estados

(afd) B: no max 2^3 estados



λ-fecho$(q_0) = \{q_0, q_1, q_2\}$

λ-fecho$(q_1) = \{q_1, q_2\}$

λ-fecho$(q_2) = \{q_2\}$

* $\delta_B(\{q_0, q_1, q_2\}, a) = q_0$ e seu λ-fecho

** $\delta_B(\{q_0, q_1, q_2\}, b) = q_1$ e seu λ-fecho

$\delta_B(\{q_0, q_1, q_2\}, c) = q_2$ e λ fecho

$\delta_B(\{q_1, q_2\}, a) = \emptyset$ ← elemento de 2^{Q_A}

$\delta_B(\{q_1, q_2\}, b) = q_1$ e seu fecho

$\delta_B(\{q_2, q_2\}, c) = q_2$ e seu fecho.

Seja $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ um af.

$\forall q \in Q$, dizemos que q é *acessível* se existe em $G(A)$ um passeio $P: s \xrightarrow{x} q$ para alguma palavra x em Σ^*

Algoritmo: Construção dos subconjuntos

- recebe: um afnd $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, s_A, F_A)$
- constrói: um afd $B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, s_B, F_B)$ equivalente a A

$s_B \leftarrow \lambda$fecho(s_A); // considere s_B não-marcado ⇒ $O(|Q_A|^2)$

$F_B \leftarrow \emptyset$;

$Q_B \leftarrow \{s_B\}$;

enquanto (existe um estado não-marcado K em Q_B) faça ⇒ $2^{|Q_A|}$

marque K;

se ($K \cap F_A \neq \emptyset$) então $F_B \leftarrow F_B \cup \{K\}$;

para (cada $\sigma \in \Sigma$) faça → $|\Sigma|$ $O(|Q_A|^2)$

$J \leftarrow \lambda$-fecho $(\delta_A(K, \sigma))$; o fecho: $O(|Q_A|^2)$

se ($J \notin Q_B$) então $Q_B \leftarrow Q_B \cup \{J\}$; // considere J não marcado

$\delta_B(K, \sigma) \leftarrow J$;

$\Sigma . Q(A)^2$

devolva $(B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, s_B, F_B))$;

/ /

Observação:

① Constrói somente a parte acessível de $\mathcal{B}$ ($|Q_B| \leq 2^{|Q_A|}$)

② No pior caso, o consumo de tempo desse algoritmo é $O(2^{|Q_A|} \cdot |\Sigma| \cdot |Q_A^2|)$

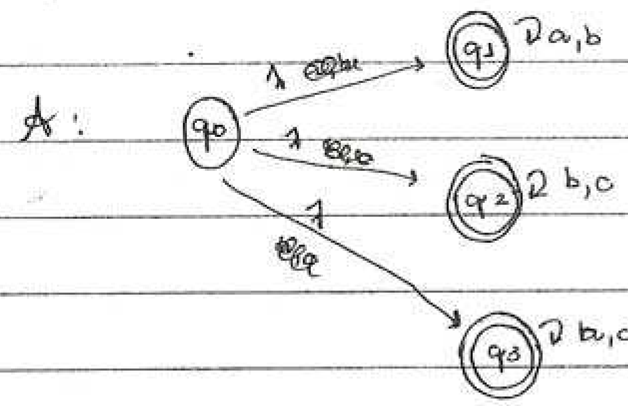
exponencial!!!

Exemplo 1: $L = \{x \in \Sigma^* : \sigma$ não ocorre em x, para algum σ em $\Sigma\}$

Existe um afnd com $n+1$ estados onde $n = |\Sigma|$

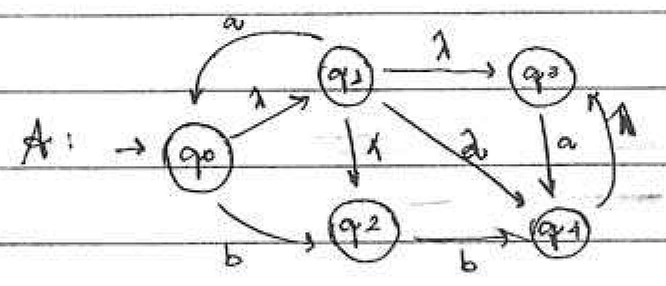
O afd obtido pela construção dos subconjuntos tem 2^n estados

$\Sigma = \{a, b, c\}$ $n = 3$



construa $\mathcal{B}$

Exemplo 2:
L & P, Ex 2.2.3



λ fecho-(q0) = {q0, q1, q2, q3}