AUTÔMATOS

19/8 | 19

Proposição 2: Reg (Σ) é fechada por reverso

$L^R = \{x^R : x \in L\}$

$L = L(\alpha),\ \alpha \in ER(\Sigma$

$L \in \text{Reg}(\Sigma)$

$L^R = L(\beta),\ \beta \in ER(\Sigma)$

ardo ? $L^R \in \text{Reg}(\Sigma)$

prefixo, sufixo, fator

α	α^R
$\emptyset$	$\emptyset$
σ	σ
$(\beta+\gamma)$	$\beta^R+\gamma^R$
$(\beta\gamma)$	$\gamma^R\beta^R$
β^*	$(\beta^R)^*$

$L = L(\alpha)$

$L^R = L(\alpha^R)$

$L(\beta\gamma)^R = (L(\beta)L(\gamma))^R$

$= L(\gamma)^R L(\beta)^R$

O ~~se~~ reverso de uma exp reg α sobre Σ, denotado por α^R, é definido indutivamente por:

(i) $\emptyset^R = \emptyset$

(ii) $\sigma^R = \sigma$, p/ $\sigma \in \Sigma$

(iii) p/ β e γ em $ER(\Sigma)$,

$(\beta+\gamma)^R = \beta^R + \gamma^R$ | $(\beta^*)^R = (\beta^R)^*$

$(\beta\gamma)^R = \gamma^R\beta^R$

(20)

Obs. ~~Pelo~~ Pela def. acima, se $\alpha \in ER(\Sigma)$, então α^R também é uma exp. reg sobre Σ!

Ex.: $\alpha = (b + (abb^*)^*)$

$$\alpha^R = (b + (abb^*)^*)^R$$
$$= b^R + ((abb^*)^*)^R$$
$$= b + ((abb^*)^R)^*$$
$$= b + ((b^*)^R (ab)^R)^*$$
$$= b + ((b^R)^* (b^R a^R))^*$$
$$= b + (b^* ba)^*$$

<u>Proposição 3</u> Seja α em $ER(\Sigma)$. Então, $(L(\alpha))^R = L(\alpha^R)$

<u>Prova</u>: Por indução no $nop(\alpha)$

<u>Base</u>: $nop(\alpha) = 0$; então $\alpha = \emptyset$ ou $\alpha = \sigma$, p/ $\sigma \in \Sigma$

$\alpha = \emptyset$: $(L(\alpha))^R = (L(\emptyset))^R = \emptyset^R = \emptyset = L(\emptyset) =$
$= L(\emptyset^R) = L(\alpha^R)$

AUTÔMATOS

19/8 | 21

$\alpha = \sigma : (L(\alpha))^R = (L(\sigma))^R = \{\sigma\}^R = \{\sigma\} = L(\sigma) =$
$= L(\sigma^R) = L(\alpha^R)$

Seja $n \geq 0$

HI Suponha que se $\alpha \in ER(\Sigma)$ e $nop(\alpha) \leq n$, então $(L(\alpha))^R = L(\alpha^R)$.

Passo: Seja $\alpha \in ER(\Sigma)$, com $nop(\alpha) = n+1$. Então, existem β e $\gamma \in ER(\Sigma)$, com $nop(\beta) \leq n$ e $nop(\gamma) \leq n$, tq $\alpha = (\beta + \gamma)$ ou $\alpha = (\beta\gamma)$ ou $\alpha = (\beta^*)$.

- $\alpha = (\beta + \gamma)$: $(L(\alpha))^R = (L(\beta+\gamma))^R$

$$= (L(\beta) \cup L(\gamma))^R \quad \text{dif ling assoc. exp. reg}$$

$$= (L(\beta))^R \cup (L(\gamma))^R \quad \forall A, B \subseteq \Sigma^*, (A \cup B)^R = A^R \cup B^R$$

$$\underset{h.i.}{=} L(\beta^R) \cup L(\gamma^R)$$

$$= L(\beta^R + \gamma^R)$$

$$= L((\beta+\gamma)^R)$$

$$= L(\alpha^R)$$

def. do reverso de exp. reg.

Proposição 2: $Reg(\Sigma)$ é fechada por reverso

Prova: Seja $L \in Reg(\Sigma)$. Então, $L = L(\alpha)$, p/ alguma exp. reg α sobre Σ. Logo, $L^R = (L(\alpha))^R =$

$= L(\alpha^R)$

~~Resp~~ Prop. 3

Como α^R é uma exp. reg., segue que $L^R \in Reg(\Sigma)$.

Expressões regulares práticas (grep, flex, perl):

práticas	teóricas
$\alpha?$	$(\alpha + \lambda)$
$\alpha\{n\}$	α^n
$\alpha\{n,\}$	$\alpha^n \alpha^*$
$\alpha\{,m\}$	$(\lambda + \alpha + \ldots + \alpha^m)$
$\alpha\{n,m\}$	$\alpha^n + \alpha^{n+1} + \ldots + \alpha^m$
$[\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]$	$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \Sigma)$
$[\,^\wedge \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]$	$\sigma_4 + \sigma_5 + \ldots + \sigma_k$ se $\Sigma = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_k\}$
$\alpha \vert \beta$	$\alpha + \beta$
$\alpha \backslash n$ back-reference	?
.	Σ
$\alpha *$	α^*
$\alpha +$	α^+

III - Autômatos finitos determinísticos

- Um autômato finito determinístico (a.f.d.) é uma quíntupla $A = (Q, \Sigma, \delta, r, F)$, onde

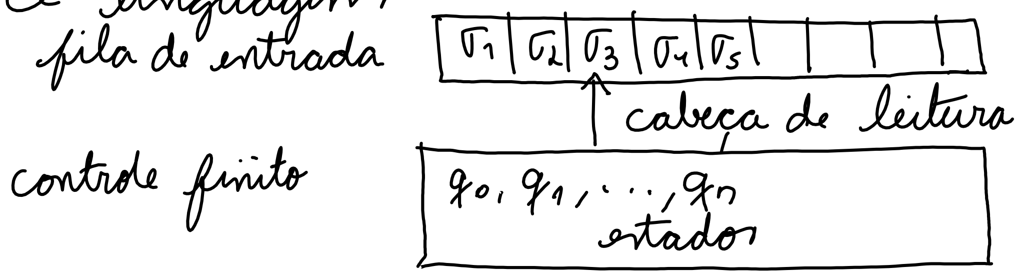
Q é um conjunto finito, não-vazio, de estados;

Σ é um alfabeto (alfabeto de entrada);

$r \in Q$ é o estado inicial.

$F \subseteq Q$ é o conj. de estados finais e $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ é a função de transição (ou função-programa).

Obs.: Sob o ponto de vista computacional um aut. f é um dispositivo que reconhece linguagens



Um algoritmo p/ um afd $A = (Q, \Sigma, \delta, r, F$

Suponha que a entrada (uma palavra de Σ^*)

esteja armazenada na fita)

$q \leftarrow r$; //começa no estado inicial

<u>enquanto</u> (não leu toda a entrada) faça

$\sigma \leftarrow$ leia o ~~próprio~~ próximo símbolo da entrada;

$q \leftarrow \delta(q, \sigma)$;

se $(q \in F)$ <u>então</u> aceita a entrada;

<u>senão</u> rejeita a entrada;

<u>Exemplo</u>: a.f.d. $A = (Q, \Sigma, \delta, r, F)$, onde $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $r = q_0$, $F = \{q_0\}$ e a tabela de transição p/ δ:

estados	símbolos	
~~q_0~~	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	x_1	q_0

- Uma configuração (ou descrição instantânea) de um a.f.d. $A = (Q, \Sigma, \delta, r, F)$ é um par (q, x), $q \in Q$ e $x \in \Sigma^*$

q: estado atual

x: parte ñ lida da entrada

AUTÔMATOS 19/8 | 25

~~posição~~ config. atual : $(p, \sigma_k \sigma_{k+1} \ldots \sigma_m)$ e $\delta(p, \sigma_k) = q$

" seguinte : $(q, \sigma_{k+1} \ldots \sigma_m)$

- A relação $\vdash_A$ sobre o conj. de configurações $(Q \times \Sigma^*)$ de A representa um movimento de A, e é definida por:

$\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma, \forall x \in \Sigma^*,$
$(q, \sigma x) \vdash_A (\delta(q, \sigma), x)$

"produz em um passo"

ou equivalente, $\forall p, q \in Q, \forall x, y \in \Sigma^*,$
$(p, x) \vdash_A (q, y)$ se

$\exists \sigma \in \Sigma$ tq $x = \sigma y$ e $\delta(p, \sigma) = q$

Obs 1) $\vdash_A$ é uma função de $Q \times \Sigma^+$ em $Q \times \Sigma^*$

2) A configuração (q, λ), $\forall q \in Q$, indica que A já leu toda a entrada

<u>Exemplo</u> $(q_0, abba) \vdash_A (q_0, bba)$

$$\vdash_A (q_1, ba)$$

$$\vdash_A (q_0, a)$$

$$\vdash_A (q_0, \lambda)$$

abba é aceita por A