19 / 8 / 8

Proposição 2: $Reg(\Sigma)$ é fechada por reverso.

O reverso de uma expressão regular α sobre Σ, denotado por α^R, é definido indutivamente por:

$L(\beta\gamma)^R = (L(\beta)\,L(\gamma))^R$

$L(\gamma)^R\,L(\beta)^R$

i) $\emptyset^R = \emptyset$

ii) $\sigma^R = \sigma$, para $\sigma \in \Sigma$

iii) para β e γ em $ER(\Sigma)$

$(\beta+\gamma)^R = \beta^R + \gamma^R$

$(\beta\gamma)^R = \gamma^R\beta^R$

$(\beta^*)^R = (\beta^R)^*$

α	α^R
$\emptyset$	$\emptyset$
σ	σ
$(\beta+\gamma)$	$\beta^R+\gamma^R$
$(\beta\gamma)$	$\gamma^R\beta^R$
β^*	$(\beta^R)^*$

Observação: Pela definição acima, se $\alpha \in ER(\Sigma)$, então α^R também é uma expressão regular sobre Σ.

Exemplo: $\alpha = (b + (abb^*)^*)$

$\alpha^R = (b + (abb^*)^*)^R = b^R + ((abb^*)^*)^R = b + ((abb^*)^R)^* = b + ((b^*)^R(ab)^R)^* =$

$b + ((b^R)^*(b^R a^R))^* = b + (b^* b a)^*$

Proposição 3: Seja α em $ER(\Sigma)$. Então, $(L(\alpha))^R = L(\alpha^R)$

Prova

Por indução no $nop(\alpha)$

Base: $nop(\alpha) = 0$; então $\alpha = \emptyset$ ou $\alpha = \sigma$, para $\sigma \in \Sigma$

$\alpha = \emptyset$: $(L(\alpha))^R = (L(\emptyset))^R = \emptyset^R = \emptyset = L(\emptyset) = L(\emptyset^R) = L(\alpha^R)$

$\alpha = \sigma$: $(L(\alpha))^R = (L(\sigma))^R = \{\sigma\}^R = \{\sigma\} = L(\sigma) = L(\sigma^R) = L(\alpha^R)$

Seja $n \geq 0$. HI: Suponha que se $\alpha \in ER(\Sigma)$ e $nop(\alpha) \leq n$, então $(L(\alpha))^R = L(\alpha^R)$

Passo: Seja $\alpha \in ER(\Sigma)$, com $nop(\alpha) = n+1$. Então, existem β e $\gamma \in ER(\Sigma)$, com $nop(\beta) \leq n$ e $nop(\gamma) \leq n$, tal que $\alpha = (\beta+\gamma)$ ou $\alpha = (\beta\gamma)$ ou $\alpha = (\beta^*)$

$\rightarrow \alpha = (\beta + \gamma)$: $(L(\alpha))^R = (L(\beta+\gamma))^R$

definição de linguagem associada à exp regular $= (L(\beta) \cup L(\gamma))^R$

$\forall A, B \subseteq \Sigma^*$ $(A \cup B)^R = A^R \cup B^R$ (provar) $= (L(\beta))^R \cup (L(\gamma))^R$

HI $= L(\beta^R) \cup L(\gamma^R)$

definição de linguagem associada à exp regular $= L(\beta^R + \gamma^R)$

definição do reverso de expressão regular $= L((\beta+\gamma)^R)$

$= L(\alpha^R)$

$\rightarrow \alpha = (\beta \gamma) \ldots$

$\rightarrow \alpha = (\beta^*) \ldots$

Proposição 2: $Reg(\Sigma)$ é fechada por reverso

Prova: Seja $L \in Reg(\Sigma)$

Então, $L = L(\alpha)$ para alguma expressão regular α sobre Σ. Logo, $L^R = (L(\alpha))^R = L(\alpha^R)$. Como α^R é uma expressão regular segue que $L^R \in Reg(\Sigma)$

proposição 3.

Expressões Regulares Práticas (Grep, Flex, Perl)

Práticas	Teóricas
$\alpha ?$	$(\alpha + \lambda)$
$\alpha \{n\}$	α^n
$\alpha \{n,\}$ pelo menos n ocorrências de α	$\alpha^n \alpha^*$
$\alpha \{,m\}$	$(\lambda + \alpha + \dots + \alpha^m)$
$\alpha \{n,m\}$	$\alpha^n + \alpha^{n+1} + \dots + \alpha^m$
$[\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]$	$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$
$[\hat{} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]$	$\sigma_4 + \sigma_5 + \dots + \sigma_k$ (se $\Sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k\}$)
$\alpha \mid \beta$	$\alpha + \beta$
α_{br} br: back referência	?
$\cdot$	Σ
α^*	α^*
α^+	α^+

III) Autômatos Finitos e Determinísticos

Um autômato finito determinístico (a.f.d.) é uma quíntupla $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$, onde:

Q é um conjunto finito, não-vazio de *estados*;

Σ é um alfabeto (alfabeto de entrada);

$s \in Q$ é o *estado inicial*;

$F \subseteq Q$ é o conjunto de *estados finais* e

$\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a *função de transição* (ou função-programa)

Observação: Sob o ponto de vista computacional, um autômato finito é um dispositivo que reconhece linguagens fita (de entrada) | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_4 | σ_5 | | | |

cabeça de leitura

controle finito | $q_0, q_1, \ldots, q_n$ estados

Um algoritmo para um a.f.d. $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$: (Suponha que a entrada (uma palavra de Σ^*) esteja armazenada na fita):

$q \leftarrow s$ // começa no estado inicial
enquanto (não leu toda a entrada) faça
  $\sigma \leftarrow$ leia o próximo símbolo da entrada;
  $q \leftarrow \delta(q, \sigma)$;
se ($q \in F$) então aceita a entrada;
  senão rejeita a entrada.

Exemplo: a.f.d $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$, onde $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $s = q_0$, $F = \{q_0\}$ e a tabela de transição para δ:

Estados	símbolos a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_1	q_0

Uma *configuração* (ou descrição instantânea) de um a.f.d. $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ é um par

(q, x), $q \in Q$ e $x \in \Sigma^*$

q: estado atual; x: parte não lida da entrada

Exemplo: Configuração atual: $(p, \sigma_k \sigma_{k+1} \ldots \sigma_m)$ e $\delta(p, \sigma_k) = q$
seguinte: $(q, \sigma_{k+1} \ldots \sigma_m)$

A *relação* $\vdash_A$ sobre o conjunto de configurações $(Q \times \Sigma^*)$ de A representa um movimento de A, e é definida por:

$\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma, \forall x \in \Sigma^*, (q, \sigma x) \vdash_A (\delta(q, \sigma), x)$, ou
"produz em um passo"

spiral

equivalentemente, $\forall\, p, q \in Q, \forall\, x, y \in \Sigma^*$,

$(p,x) \vdash_{A} (q,y) \iff \exists\, \sigma \in \Sigma$ tal que $x = \sigma y$ e $\delta(p,\sigma) = q$.

Observações:

① $\vdash_{A}$ é uma função de $Q \times \Sigma^+$ em $Q \times \Sigma^*$

② A configuração (q, λ), $\forall\, q \in Q$, indica que já foi lida toda a entrada.

Exemplo: $(q_0, abba) \vdash_{A} (q_0, bba)$

$\vdash_{A} (q_1, ba)$

$\vdash_{A} (q_0, a)$

$\vdash_{A} (q_0, \lambda)$

abba é aceita por A