• Escreva expressões regulares para as seguintes

③ $L = \{ x \in \{a,b\}^* : |x|_a \geq 2 \}$

$\alpha_1 = (a+b)^* a (a+b)^* a (a+b)^*$

$\alpha_2 = b^* a b^* a (a+b)^*$

$L(\alpha_2) = \{b\}^* \{a\} \{b\}^* \{a\} \{a,b\}^*$

$x \in L \iff |x|_a \geq 2$

$\iff x = u a v a w$

$\iff x \in L(\alpha_2)$

$L \overset{?}{=} L(\alpha_2)$

$x \in L \iff |x|_a \geq 2$

$\iff x = u a v a w$, para u v em $\{b\}^*$ e w em $\{a,b\}^*$

$\iff x \in \{b\}^* \{a\} \{b^*\} \{a\} \{a,b\}^*$

$\iff x \in L(\alpha_2)$

④ $L = \{x \in \{a,b\}^* : 2 \leq |x|_a \leq 3$ e as duas 1as ocorrências de a em x não são consecutivas$\}$

b's a b's a b's
+
b's a b's a b's a b's
⇓
b's a b's a b's (λ, ab's)

$\alpha = b^* a\, b b^* a\, b^* (\lambda + a b^*)$

$L = L(\alpha)$ prove!

⑤ $L = \{ x \in \{a,b\}^* :$ toda ocorrência de a em x é seguida por pelo menos uma ocorrência de $b \}$

$(b + abb^*)^*$
$(b + ab)^*$

$\alpha_1 = b^* (abb^*)^*$

$\alpha_2 = (b + ab)^*$

$L \overset{?}{=} L(\alpha_1)$ $\qquad L(\alpha_1) = \{b\}^* (\{ab\}\{b\}^*)^*$

(?) $L \subseteq L(\alpha_1)$

Seja $x \in L$.

$\{\lambda\} \subseteq (\{ab\}\{b\}^*)^*$

① $|x|_a = 0$, então $x \in \{b\}^* \subseteq \{b\}^* (\{ab\}\{b^*\})^*$. Logo, $x \in L(\alpha_1)$

$\{b\}^* = \{b\}^* \{\lambda\}$

② $|x|_a = m > 0$, então existem $x_0, x_1, \dots, x_m$ em $\{b\}^*$ tais que

Ela parece aquelas bruxas dos desenho tipo chilius chilius   só que ela é magra

$\cup \nu z$

$x = x_0 a b x_1 a b x_2 - a b x_n$

Como para cada i, $1 \leq i \leq n$, $a b x_i \in \{ab\}\{b\}^*$, segue que $x \in \{b^*\}(\{ab\}\{b\}^*)^n \subseteq \{b\}^*(\{ab\}\{b\}^*)^*$. Logo, $x \in L(\alpha_1)$

(?) $L(\alpha_1) \subseteq L$

Seja $x \in L(\alpha_1)$. Então, existem w em $\{b\}^*$ e v em $(\{ab\}\{b\}^*)^*$ tais que $x = wv$.

① Se $v = \lambda$, então $x = w \in \{b\}^*$. Como $|x|_a = |w|_a = 0$, segue que $x \in L$.

② Se $v \neq \lambda$, então para algum $n > 0$, existem $v_1, \ldots, v_n$ em $\{b\}^*$ tais que $v = abv_1 abv_2 \ldots abv_n$. Logo, $|w|_a = 0$ e $|v|_a = n$ e cada ocorrência de a em v é seguida por uma ocorrência de b. Como $|x|_a = |wv|_a = |w|_a + |v|_a = |v|_a$, segue que cada ocorrência de a em x é seguida por pelo menos uma ocorrência de b. Portanto, $x \in L$.

Uma linguagem sobre Σ é ~~regular~~ se $L = L(\alpha)$ para alguma expressão α sobre Σ.

Notação: $Reg(\Sigma)$ é a família de todas linguagens regulares sobre Σ.

O número de operadores de uma expressão regular α sobre Σ, denotado por $nop(\alpha)$, é definido indutivamente por:

(i) $nop(\emptyset) = 0$ e $nop(\sigma) = 0$, para $\sigma \in \Sigma$ Bruno Yoiti Ozahata

(ii) se $\alpha = \beta + \gamma$ ou $\alpha = \beta\gamma$, com β e $\gamma \in ER(\Sigma)$ então ~~nop~~ $nop(\alpha) = nop(\beta) + nop(\gamma) + 1$ Bruno Yoiti Ozahata

(iii) se $\alpha = \beta^*$, com $\beta \in ER(\Sigma)$, então $nop(\alpha) = nop(\beta) + 1$.

De nada   De nada

Uma família F de linguagens sobre Σ é racionalmente fechada se

(i) $\emptyset \in F$

(ii) se A e $B \in F$ então $A \cup B$, AB e $A^* \in F$

Proposição 1: $Reg(\Sigma)$ é racionalmente fechada

Prova: (i) $\emptyset = L(\emptyset)$; logo, $\emptyset \in Reg(\Sigma)$

(ii) Sejam A e B em $Reg(\Sigma)$.

Então, existem expressões regulares α e β sobre Σ tal que $A = L(\alpha)$ e $B = L(\beta)$.

Logo, $A \cup B = L(\alpha) \cup L(\beta) = L(\alpha + \beta)$,

$AB = L(\alpha).L(\beta) = L(\alpha\beta)$ e

$A^* = (L(\alpha))^* = L(\alpha^*)$

Portanto, $A \cup B$, AB e $A^* \in Reg(\Sigma)$

observação: Para todo σ em Σ, $\{\sigma\} \in Reg(\Sigma)$ $(\{\sigma\} = L(\sigma))$

Algumas questões:

1. $Reg(\Sigma)$ é fechada por interseção e complemento
2. É possível verificar se quaisquer duas expressões regulares são equivalentes?
3. Qualquer linguagem pode ser descrita por uma expressão regular?
4. Dadas uma palavra x e uma expressão regular α, é possível verificar se $x \in L(\alpha)$?