Formais 7/11

42

$S_{ij} = a[i] + a[i+1] + \ldots + a[j]$

$\forall i \forall j \; 1 \le i \le j \le n \rightarrow s \le S_{ij}$

$\exists i \exists j \; 1 \le i \le j \le n \wedge s = S_{ij}$

(1T1) Seg_Min ($1 \le i \le j \le n \rightarrow s \le S_{ij}$ |

$\chi \equiv (1 \le i \le j < k \rightarrow s \le S_{ij}) \wedge (1 \le i < k \rightarrow t \le S_{i\,k-1})$

$k = 2$; $t = a[i]$; $s = a[1]$;

while (k != n+1) {

(| χ ∧ k ≠ n+1 |)

*((| 1 ≤ i ≤ j < k+1 → min (s, min (t + a[k], a[k]) ≤ S i j)*2 ∧ (1 ≤ i < k+1 → min (t + a[k], a[k]) ≤ S i k) |)*1

t = min (t + a[k] , a[k]);

(| 1 ≤ i ≤ j < k+1 → min (s, t) ≤ S i j ∧ ... |)

s = min (s, t) ;

(| ... < k+1 ... ∧ ... < k+1 → t ≤ S i k) |)

k = k + 1 ;

(| 1 ≤ i ≤ j < k → s ≤ S i j) ∧ (1 ≤ i < k → t ≤ S i k=1) |)

}

(| χ ∧ (k = n+1) |) (χ ∧ ¬B) while

(| 1 ≤ i ≤ j ≤ n → s ≤ S i j |) Impl.

$X = x_1 \wedge x_2$

X $\wedge_e$
x_2

} aritm

$*1$

x_1 } $\wedge_e$
$\vdots$ } aritm
$*2$

$*1 \wedge *2 \wedge_i$

~~Parte aritm~~

Parte aritmética

$(1 \leq i < k \rightarrow t \leq S_{1,k-1}) \rightarrow *1$

$i < k : t \leq S_{i,k-1}$ $\quad t + a[k] \leq S_{ik}$

$i = k : a[k] \leq S_{kk}$

$X \rightarrow *2$

$j < k : S \leq S_{ij}$

$j = k : S_{ij} = S_{ik}$ por $*1$,

$\min(t + a[k], a[k]) \leq S_{ik}$

Completando : (subindo)

$(|T|)$

$(|a[1] \leq a[1] \wedge a[1] \leq a[1]|)$

$(|1 \leq i \leq j < 2 \rightarrow a[1] \leq S_{ij} \wedge$?
$1 \leq i < 2 \rightarrow a[1] \leq S_{i1}|)$

$k = 2;$

$(|1 \leq i < k \rightarrow a[i] \leq S_{ij} \wedge$
$1 \leq i < k \rightarrow a[i] \leq S_{i,k-1}|)$

$t = a[i];$

$S = a[1];$

$(|x|)$

(Provando que para) variante

$$\frac{(\{X \wedge B \wedge 0 \leq E = E_0\}\ C\ \{X \wedge 0 \leq E < E_0\})}{(\{X \wedge 0 \leq E\}\ \text{while } B\ \{C\}\ \{X \wedge \neg B\})}$$

= regra do while total

E: variante: expressão inteira que decresce a cada execução de C e é sempre não negativa

Fat 1:

Invariante: $y = z!$

Variante: $x - z$

$(1\ 0 \leq x\ 1)$

$(1\ 1 = 0! \wedge 0 \leq x\ 1)$

$y = 1;$

$(1\ y = 0! \wedge 0 \leq x\ 1)$

$z = 0;$

$(1\ y = z! \wedge 0 \leq x - z\ 1)$

while $(x\ != z)$ {

$(1\ y = z! \wedge x \neq z \wedge 0 \leq x - z = E_0\ 1)$ $\chi \wedge \beta \wedge 0 < E$ $= E_0$

$(1\ y \cdot (z+1) = (z+1)! \wedge 0 \leq x - (z+1) < E_0\ 1)$ Impl

$z = z + 1;$

$(1\ y \cdot z = z! \wedge 0 \leq x - z < E_0\ 1)$ atrib

$y = y * z;$

$(1\ y = z! \wedge 0 \leq x - z < E_0\ 1)$ atrib

}

$(1\ y = z! \wedge x = z\ 1)$ while

~~$(1\ y = z!$~~

$(1\ y = x!\ 1)$ Impl